



MINISTERUL EDUCAȚIEI

Societatea de Științe Matematice din România,  
Filiala Caraș - Severin



**Olimpiada Națională de Matematică, etapa locală (OLM), Caraș – Severin, 10.02.2024**

**Clasa a VI-a**

**Barem de evaluare și notare:**

(Orice soluție corectă se punctează la maxim)

**1.**

- a) Scrieți numărul 2024 ca produs de numere prime;  
b) Dacă  $\overline{ab}$  este cel mai mare număr prim din descompunerea obținută, determină restul împărțirii numărului  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot \overline{ab} - 2024$  la 2025.

**Soluție:**

a) $2024 = 2^3 \cdot 11 \cdot 23$	3p
b) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 23 - 2025 + 1$	1p
Cum $2025 = 3^4 \cdot 5^2$ și produsul $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 23$ conține acești factori, rezultă că restul este 1	3p

- 2.** Se consideră mulțimile  $A$  și  $B$ . Aflați cardinalul mulțimii  $A$ , știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

- 1)  $\text{card}(A - B) = 5$ ;  
2)  $\text{card}(B) = 20$ ;  
3)  $\text{card}(A \cup B) - \text{card}(A) = 9$ .

S.G.M. nr. 9 /2023

**Soluție:**

$\text{card}(A \cup B) = \text{card}A + \text{card}B - \text{card}(A \cap B)$	2p
$\text{card}B - \text{card}(A \cap B) = 9$	2p
Din $\text{card}(A \cap B) = 11$ și $\text{card}(A - B) = 5 \Rightarrow \text{card}A = 16$	3p

- 3.** Determinați numerele raționale  $x, y, z$  știind că  $\frac{x}{y+z} = \frac{y}{x+z} = \frac{z}{x+y}$  și  $12x + 5y + 6z = 2024$ .

**Soluție:**

$\frac{x}{y+z} = \frac{y}{x+z} = \frac{z}{x+y} = \frac{x+y+z}{2x+2y+2z} = \frac{1}{2}$	2p
$2x = y + z, 2y = x + z, 2z = x + y$	1p
$2x + x = x + y + z, 3x = 3y, x = y, 2x = x + z, x = z$	2p
$12x + 5x + 6x = 2024 \Rightarrow x = 88, y = 88, z = 88$	2p



MINISTERUL EDUCAȚIEI

Societatea de Științe Matematice din România,  
Filiala Caraș - Severin



4. Pe semidreapta  $AB$  se consideră punctele  $C_1, C_2, \dots, C_n$  în această ordine astfel încât  $AC_1 = 1, C_1C_2 = 2, C_2C_3 = 3, \dots, C_nC_{n+1} = n + 1$ . Dacă  $AB$  are lungimea egală cu cel mai mare divizor comun al numerelor 2024 și 2420, determinați cel mai mic număr natural  $n$  pentru care  $B \in C_nC_{n+1}$ .

**Soluție:**

$2024 = 2^3 \cdot 11 \cdot 23, 2420 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11^2$	1p
$(2024, 2420) = 2^2 \cdot 11 = 44$	1p
$AC_n = AC_1 + C_1C_2 + C_2C_3 + \dots + C_{n-1}C_n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$	2p
$AC_n < AB < AC_{n+1}$	1p
$n \cdot (n + 1) < 88 < (n + 1)(n + 2) \Rightarrow n = 8$	2p